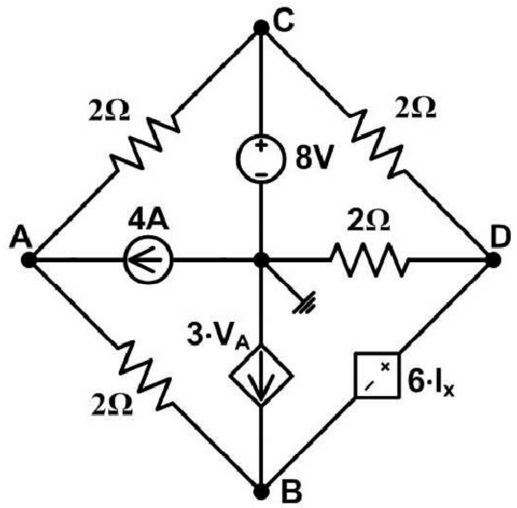
Preparaduría 2

Ene-Mar 2010

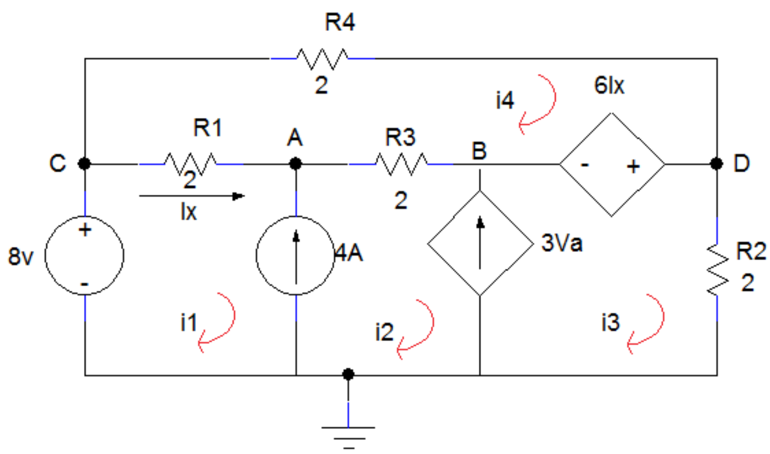
Contenido:

- Método de nodos
- Método de mallas

1) **Halle Ix y VA por el método de mallas y por el método de nodos, sin simplificar el circuito. (Parcial 2, sep-dic 2009)**



Redibujando el circuito:



Método de nodos:

Se tienen 4 nodos, de los cuales se conoce el voltaje de uno de ellos (Vc=8V) y otros dos forman un supernodo. Se necesitan hallar 3 ecuaciones para determinar nuestras 3 incógnitas (Va, Vb, Vd)

Se expresan las incógnitas del circuito en función de los voltajes de nodo

$$I_x = \frac{8 - V_A}{2} \tag{1}$$

En el nodo A:

$$4 + \frac{8 - V_A}{2} = \frac{V_A - V_B}{2} \Rightarrow 2V_A - V_B = 16 \tag{2}$$

Se escribe la ecuación del supernodo B-D:

$$V_D - V_B = 6I_X \tag{3}$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la ecuación (3) se obtiene:

$$V_D - V_B = 24 - 3V_A \Rightarrow 3V_A - V_B + V_D = 24 \tag{4}$$

Por LKC en el supernodo B-D se obtiene:

$$\frac{V_A - V_B}{2} + 3V_A + \frac{8 - V_D}{2} = \frac{V_D}{2}$$
$$\Rightarrow V_A - V_B + 6V_A + 8 - V_D = V_D$$

$$\Rightarrow 7V_A - V_B - 2V_D = -8 \tag{5}$$

Con las ecuaciones (2), (4) y (5) se forma el sistema de ecuaciones o de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_A \\ V_B \\ V_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 24 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$V_A = -1,1429[V]$$
$$V_B = -18,2857[V]$$
$$V_C = 9,1429[V]$$

$$I_X = \frac{8 - V_A}{2} = 3,42855[A]$$

Método de mallas:

En la figura anterior se destacan las mallas a resolver.

Escribiendo las ecuaciones correspondientes a las fuentes de corriente que forman parte de la supermalla:

$$4 = i_2 - i_1 \tag{6}$$

$$3V_A = i_3 - i_2 \tag{7}$$

Se necesita expresar Va en función de las corrientes de malla, así que:

$$I_x = i_1 - i_4 \tag{8}$$

$$I_x = \frac{8 - V_A}{2} \tag{9}$$

Igualando las ecuaciones (8) y (9) se obtiene Va en función de las corrientes de malla:

$$2i_1 - 2i_4 = 8 - V_A \Rightarrow V_A = 8 - 2i_1 + 2i_4 \tag{10}$$

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (7) se tiene:

$$24 - 6i_1 + 6i_4 = i_3 - i_2 \Rightarrow 6i_1 - i_2 + i_3 - 6i_4 = 24 \tag{11}$$

Por LKV en la supermalla:

$$\begin{gathered} -8 + 2I_x + 2(i_2 - i_4) - 6I_x + 2i_3 = 0 \\ \Rightarrow i_2 + i_3 - i_4 - 2I_x = 4 \end{gathered} \tag{12}$$

Sustituyendo la ecuación (8) en la ecuación (12) se obtiene:

$$i_2 + i_3 - i_4 - 2(i_1 - i_4) = 4 \Rightarrow -2i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 4 \tag{13}$$

Por LKV en la malla 4 se tiene que:

$$2i_4 + 6I_x + 2(i_4 - i_2) - 2I_x = 0 \Rightarrow -2i_2 + 4i_4 + 4I_x = 0 \tag{14}$$

Sustituyendo la ecuación (8) en (14) se obtiene una ecuación en función de las corrientes de mallas:

$$-2i_2 + 4i_4 + 4(i_1 - i_4) = 0 \Rightarrow 2i_1 - i_2 = 0 \tag{15}$$

Con las ecuaciones (6), (11), (13) y (15) se forma el sistema de ecuaciones, o de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & -1 & 1 & -6 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 24 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema:

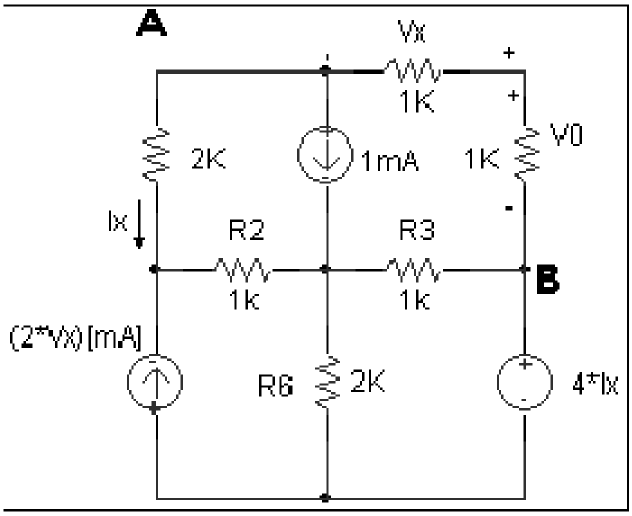
$$\begin{aligned} i_1 &= 4 \\ i_2 &= 8 \\ i_3 &= 4.5714 \\ i_4 &= -0.5174 \end{aligned}$$

Finalmente obtenemos:

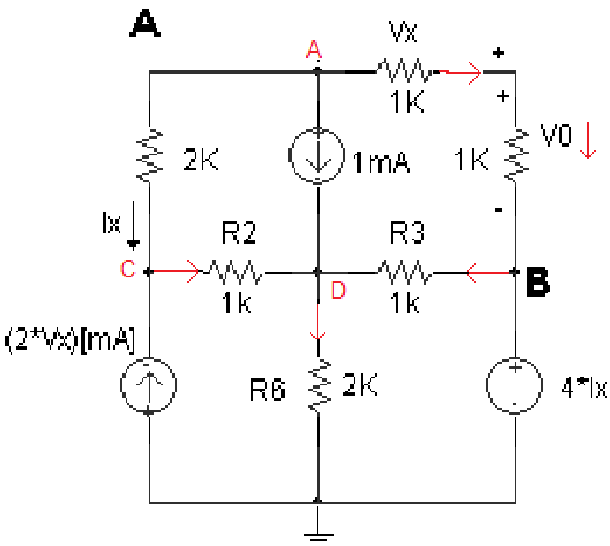
$$I_x = i_1 - i_4 = 4 - 0.5174 = 3.4826[A]$$

$$V_A = 8 - 2i_1 + 2i_4 = -1.1428[V]$$

2) **Utilizando el método de voltaje de nodos y el método de mallas halle Vo y Vab. (2do parcial sep-dic 2003)**



Método de nodos:



Se expresan las incógnitas en función de los voltajes de nodo. Por divisor de voltaje:

$$V_O = \frac{(V_A - V_B)}{2k} \cdot 1k = \frac{(V_A - V_B)}{2} \qquad (1)$$

$$V_X = \frac{(V_B - V_A)}{2k} \cdot 1k = \frac{(V_B - V_A)}{2} \qquad (2)$$

Se tienen 4 nodos, pero el valor del voltaje en el nodo B es conocido:

$$V_B = 4I_X \tag{3}$$

Pero Ix viene dada por la ecuación (4):

$$I_X = \frac{V_A - V_C}{2k} \tag{4}$$

Sustituyendo la ecuación (4) en (3) se obtiene la primera ecuación del sistema de ecuaciones:

$$V_B = 4 \cdot \frac{V_A - V_C}{2k}[mA] = 2(V_A - V_D) \Rightarrow 2V_A - V_B - 2V_C = 0 \tag{5}$$

Por LKC en el nodo A:

$$0 = \frac{V_A - V_C}{2k} + 1mA + \frac{V_A - V_B}{2k}$$

$$\Rightarrow 2V_A - V_B - V_C = -2 \tag{6}$$

Por LKC en el nodo C:

$$2V_X + \frac{V_A - V_C}{2k} = \frac{V_C - V_D}{1k} \Rightarrow 4V_X + V_A - 3V_C + 2V_D = 0 \tag{7}$$

Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (7) se obtiene que:

$2(V_B - V_A) + V_A - 3V_C + 2V_D = 0$

$$-V_A + 2V_B - 3V_C + 2V_D = 0 \tag{8}$$

Por LKC en el nodo D:

$$\frac{V_C - V_D}{1k} + \frac{V_B - V_D}{1k} + 1mA = \frac{V_D}{2k}$$

$$\Rightarrow 2V_B + 2V_C - 5V_D = -2 \tag{9}$$

Con las ecuaciones (5), (6), (8) y (9) se obtiene el sistema de ecuaciones a resolver, o de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

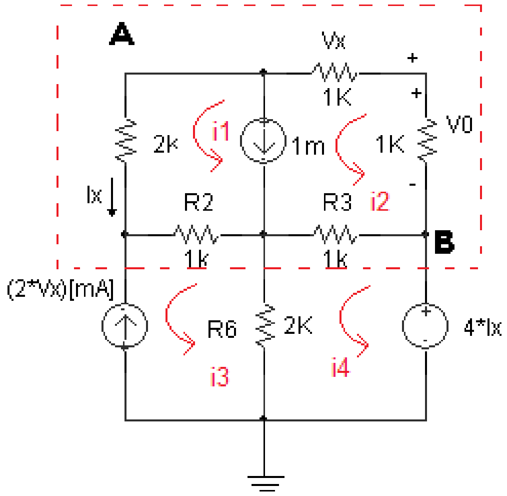
Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned} V_A &= -3,5652[V] \\ V_B &= -3,1304[V] \\ V_C &= -2[V] \\ V_D &= -1,6522[V] \end{aligned}$$

Finalmente se obtiene que:

$$\begin{aligned} V_{AB} &= -3,5652[V] - (-3,1304[V]) = -0,4348[V] \\ V_O &= \frac{(V_A - V_B)}{2} = \frac{-0,4348}{2} = -0,2174[V] \end{aligned}$$

Método de mallas:



Se expresan las incógnitas en función de las corrientes de malla:

$$I_X = i_1 \tag{10}$$

$$2V_X[mA] = -i_3 \Rightarrow V_X = \frac{-i_3}{2[mA]} \tag{11}$$

$$V_X = 1k \cdot i_2 \tag{12}$$

Igualando las ecuaciones (11) y (12) se obtiene la primera ecuación del sistema a resolver:

$$\frac{-i_3}{2[mA]} = 1k \cdot i_2 \Rightarrow 2k \cdot i_2 + i_3 = 0 \tag{13}$$

$$V_O = -1k \cdot i_2 \tag{14}$$

$$V_B = 4I_X \tag{15}$$

Sustituyendo (10) en la ecuación (15) se obtiene Vb en función de las corrientes de malla:

$$V_B = 4i_1 \tag{16}$$

Recorriendo la malla conformada por los nodos A, B y tierra se tiene que:

$$-4I_X + 2k \cdot i_2 + V_A = 0 \tag{17}$$

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (17) se obtiene que

$$V_A = 4i_1 - 2k \cdot i_2 \tag{18}$$

Una vez que tenemos todas las incógnitas expresadas en función de las corrientes de malla se procede a aplicar LKV en las mallas existentes. En este circuito se tiene una supermalla resaltada por la línea roja.

Escribiendo la ecuación de la supermalla se obtiene que:

$$i_2 - i_1 = 1mA \tag{19}$$

Por LKV aplicada a la supermalla se obtiene que:

$$i_1(2k + 1k) - 1k \cdot i_3 + i_2(1k + 1k + 1k) - 1k \cdot i_4 = 0$$

$$\Rightarrow 3i_1 + 3i_2 - i_3 - i_4 = 0 \tag{20}$$

Por LKV en la malla 4 se obtiene que:

$$-4I_X + 3k \cdot i_4 - 1k \cdot i_2 - 2k \cdot i_3 = 0 \tag{21}$$

Sustituyendo la ecuación (10) en la ecuación (21) se obtiene que:

$$4i_1 + i_2 + 2i_3 - 3i_4 = 0 \tag{22}$$

Con las ecuaciones (13), (19), (20) y (22) se obtiene el sistema a resolver, o de forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$i_1 = -0,7826[mA]$$
$$i_2 = 0,2174[mA]$$
$$i_3 = -0,4348[mA]$$
$$i_4 = -1,2609[mA]$$

$$V_O = -1k \cdot i_2 = -0.2174[V]$$

$$V_B = 4i_1 = -3,1304[V]$$

$$V_A = 4ki_1 - 2k \cdot i_2 = -3,5652[V]$$

$$V_{AB} = -0,4348[V]$$